



Bertrand Russell

Introducción a la filosofía matemática

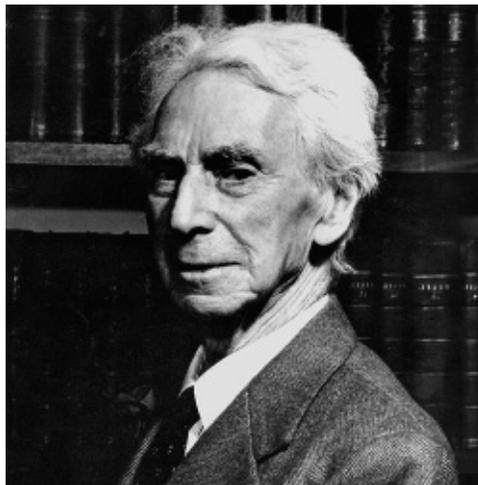
Sandra Lucía Ramírez Sánchez¹

¿Qué puede decir a los lectores del siglo XXI un trabajo de matemática filosófica publicado hace cien años? La idea corriente, y más bien poco razonada, es que la ciencia avanzó tan rápidamente en el pasado siglo que apenas pueden encontrarse ligeros trazos de ella en la ciencia del presente. Afirmación que ciertamente podría resultar adecuada para las matemáticas. Después de todo, los más recientes cuarenta años han visto una

implacable aceleración en el desarrollo de los lenguajes computacionales que atestigua el avance de las matemáticas aplicadas. Las ciencias matemáticas no son las mismas que hace cien años. Vale decir, sin embargo y sin apelación alguna a algún misterioso espíritu progresista, son lo que ahora son gracias al impulso y transformaciones que entonces tuvieron. Y en esas transformaciones mucho tuvo que ver el autor de la obra que aquí y ahora intento reseñar: Bertrand Russell.

La vida apasionada de un filósofo analítico

Bertrand Russell es una figura esencial para el pensamiento filosófico sobre la ciencia durante el siglo XX. Nacido en el Reino Unido en 1872, hijo de los vizcondes de Amberly, John Russell, y Katrine Louise Stan-



Fuente: The Times Literary Supplement (el cual, a su vez, da crédito a Bertrand Russell)
© AGIP/Rue des Archives/Writer Pictures

¹ Doctora en filosofía de la ciencia (Universidad Nacional Autónoma de México) y especialista en estudios sociales de la ciencia e innovación tecnológica (Universidad de Oviedo). Actualmente es profesora-investigadora en el Centro Peninsular en Humanidades y en Ciencias Sociales (Cephcis-UNAM), Mérida, en el área de estudios filosóficos y sociales de la ciencia y la tecnología.

ley. Perdió a sus padres en su temprana infancia –contaba apenas con dos años cuando fallecen su madre y su hermana, y cuatro cuando muere su padre–, a raíz de lo cual él y su hermano mayor, Frank, comienzan a vivir bajo la custodia del lord John Russell ex primer ministro de la reina Victoria.

Custodia que se extendió apenas un par de años, pues el conde Russell muere dejando a ambos niños bajo el cuidado de su abuela paterna. Fue su hermano Frank quien inicia a Bertrand en el estudio de la geometría (a la edad de seis años). Ingresó al *Trinity College* a los 18 años, donde se formó en matemáticas y en ciencias morales, y también realizó estudios en la Universidad de Berlín. Es importante mencionar que entonces, en ausencia de los corsés disciplinarios que hoy nos contienen, las ciencias morales y naturales se entretreían de manera ordinaria, por lo que la obtención de un PhD permitía la implicación profunda en materias de temáticas muy diversas. Así, este humanista matemático, después de realizar sus estudios, conoció a distinguidos personajes con los que habrá de colaborar de

manera intensa a lo largo de décadas, entre ellos Alfred North Whitehead, Gottlob Frege, Ludwig Wittgenstein, Giuseppe Peano, y Thomas E. Eliot. Enseñó en diferentes universidades en el Reino Unido y Estados Unidos, así como en la Escuela de Altos Estudios de París, Francia. No obstante, y pese haber sido echado debido a sus opiniones políticas durante la Primera Guerra Mundial, fue en el seno del Trinity College donde desarrolló gran parte de su trabajo profesional, y fue ahí en donde una vez reincorporado (1941), fue nombrado *Life Time Fellow* (1949). Un año después obtuvo el Premio Nobel de Literatura (1950).

En su vida pública, Bertrand Russell se distinguió por su pensamiento marcadamente liberal, ilustrado y pacifista. Pensamiento que lo llevaría en más de una ocasión a la proscripción de sus escritos o enseñanzas, e incluso a la cárcel por seis meses en 1918, tiempo en el que redacta la *Introduction to Mathematical Philosophy*,² obra dedicada al público lego interesado en la filosofía de las matemáticas. Además de dicho encarcelamiento, como activista por la paz publicó en

² Existen diversos lugares electrónicos en los que se puede consultar el trabajo sin dañar los derechos de autor, entre los que destaca: <<https://archive.org/details/introductiontoma00russuoft>>.



1955 el *Manifiesto Russell-Einstein: una declaración sobre armas nucleares*³; en 1958 se convirtió en el primer Presidente de la Fundación para el Desarme Nuclear; en 1963 es nuevamente apresado, esta vez por sus protestas en contras de las armas nucleares; y, a la edad de 95 años es uno de los impulsores de *Tribunal Internacional sobre Crímenes de Guerra*. Una implicación política activa que no habría de ignorar la participación en elecciones al Parlamento –en tres ocasiones, 1907, 1922 y 1923–, elecciones todas en las que fue derrotado; eso sin olvidar que en 1910 no alcanzó la nominación por parte del Partido Liberal debido a su ateísmo confeso.

Su vida personal no fue menos intensa. Bertrand Russell contrajo matrimonio en cuatro ocasiones, en tres de las cuales obtuvo el divorcio, para finalmente casarse por última vez en 1952. En 1948, a la edad de 76 años, sufrió un accidente de avión mientras viajaba a Noruega, al cual sobrevivió nadando, junto con otros pasajeros, hasta la playa. Su muerte acaeció, finalmente, en 1970.

¿Por qué hacer este recuento cuasi biográfico? La respuesta está en mi propia historia. Hace años, siendo yo una estudiante de filosofía de la ciencia en la UNAM, en los pasillos de la Facultad se tejía una leyenda que, si no me equivoco, se mantiene viva: que los filósofos analíticos son apolíticos y tienen vidas más bien aburridas. Como se ve, ese no es el caso de este fundador de la filosofía analítica, cuya vida da cuenta de un gran compromiso político, al tiempo que ofrece como legado una fructífera obra que transformó la comprensión de la filosofía moral, las matemáticas y la lógica en el pasado siglo.

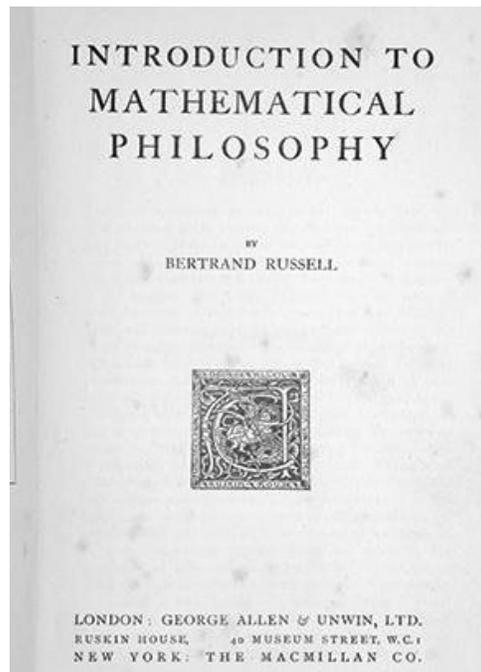
Quizás deberíamos preguntarnos con George A. Reisch,⁴ qué pasó en el mundo de la filosofía de la ciencia para que la fuerza vital de sus fundadores como actores políticos se diluyera.

En cualquier caso, decía Bertrand Russell: “tres pasiones, simples pero fuertes y avasalladoras, han gobernado mi vida: la nostalgia por el amor, la búsqueda del conocimiento, y la insoportable piedad por el sufrimien-

³ El Manifiesto puede consultarse en su versión inglesa y castellana en <<http://www.filosofia.org/cod/c1955rus.htm>>.

⁴ George A. Reisch, *Cómo la guerra fría transformó la filosofía de la ciencia: hacia las heladas laderas de la lógica*, Universidad Nacional de Quilmes, Quilmes, 2009. Puede encontrarse una excelente reseña de este texto en *Metatheoria*, vol. 1, 2011, n. 2, pp. 235-241.

Primera página de la primera edición de *Introduction to Mathematical Philosophy*



to de la humanidad...”⁵ Y las tres se reflejan en sus escritos, tanto como en el breve libro que aquí me ocupa.

La lógica matemática resuelve problemas filosóficos

Como dije antes, la *Introducción a la filosofía matemática* fue escrita durante los seis meses en los que Russell estuvo preso durante la Primera Guerra Mundial. Se trata de un texto dirigido al lector que interesado por la filosofía se atreva a seguir los pasos de su autor para comprender por qué la

lógica matemática es relevante para resolver muchos problemas filosóficos tradicionales, por no decir para invalidarlos. Una manera clásica de delimitar la tarea de un trabajo perteneciente a la tradición analítica en filosofía. Pero, ¿a qué problemas se refiere Russell?

Como antecedente, ubiquémonos en la filosofía matemática y en la matemática filosófica de hace cien años, llena de retos e incertidumbres. Algunos de los cuales el mismo Russell, en mancuerna con Alfred North Whitehead, enfrenta en los *Principia Mathematica*,⁶ título que dirige un claro guiño a otro notable trinitario: Isaac Newton.

Los *Principia Mathematica* arrancan en su prólogo con la afirmación de que el tratamiento *matemático* de los *principios matemáticos* es una tarea reciente, posible gracias a la conjunción de dos esfuerzos diferentes, por un lado, el trabajo de axiomatización realizado por los geómetras así como el desarrollo de la teoría intuitiva de conjuntos debida a Georg Cantor, y, por otro lado, al desarrollo de la ló-

⁵ Así, en *The Autobiography of Bertrand Russell* (3 vols., 1967-1969), citado por Andrew David Irvine, “Bertrand Russell”, en: *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (2017), URL: <<https://plato.stanford.edu/entries/russell/>>.

⁶ Alfred North Whitehead y Bertrand Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge University, Cambridge, 1997.



gica simbólica y semántica debida (en gran medida) al mismo Russell. El giro, como argumentan Whitehead y Russell, radica en la apropiación matemática de problemas tradicionalmente filosóficos. Giro que es retomado en la *Introducción de 1919*. No obstante, como han de demostrar los autores de los *Principia*, los esfuerzos de géómetras y del mismo Cantor resultan insuficientes.

Como muestra basta un botón, diríamos. La teoría intuitiva de conjuntos de Cantor contiene un axioma simple, el de formación de conjuntos, que nos dice que dada cualquier propiedad, podemos formar un conjunto. La intuición es fuerte y es relativamente sencillo afirmar la verdad de esta afirmación. Sin embargo, Russell muestra que de dicho axioma se sigue una contradicción y, como es sabido desde Aristóteles, de una contradicción se sigue cualquier cosa. Con lo que, si consideramos que buena parte de los esfuerzos de Cantor y Frege consisten en mostrar la adecuación de la teoría de conjuntos para dar cuenta de los sistemas matemáticos tradicionales (tales como la aritmética), si en el corazón de la teoría de conjuntos yace el germen de una contradicción, entonces, o la teoría de intuitiva de conjuntos es inadecuada o la misma aritmética es contradictoria. La con-

tradición de la que hablo aquí es conocida como la paradoja de Russell.

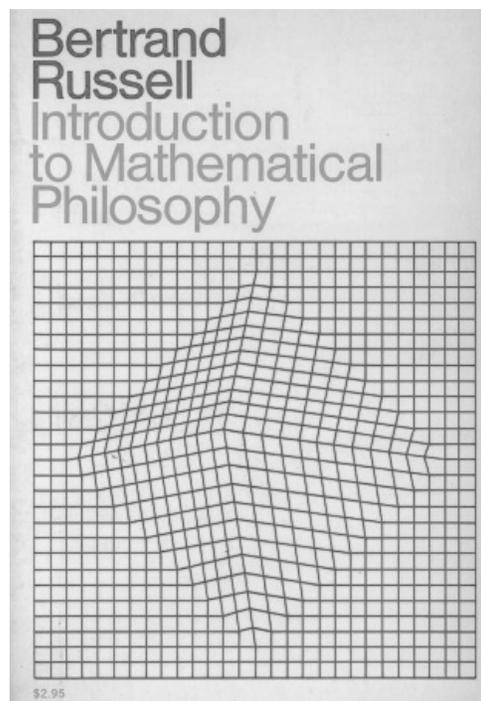
De manera muy simple: si tomamos como punto de partida el axioma de formación de conjuntos y la propiedad “ser un conjunto que no se pertenece a sí mismo”, preguntaba Russell a Frege, ¿el conjunto de todos los conjuntos que no se pertenecen a sí mismo se pertenece a sí mismo? La pertenencia es un término primitivo en la teoría. La paradoja resultante es que si el conjunto no se pertenece a sí mismo, entonces se pertenece a sí mismo y, a la inversa, si se pertenece a sí mismo, entonces no se pertenece a sí mismo. Dos soluciones posibles se ofrecieron. Una de ellas, conocida como la teoría Zermelo-Fraenkel, fue ampliamente aceptada por los matemáticos después de un breve periodo de controversia; en ella se ofrece una axiomatización que abandona el axioma de formación de conjuntos y parte, a cambio, del axioma de separación. La segunda ofrecida por el mismo Russell a través de la teoría de tipos lógicos, desarrollada en los campos de la filosofía del lenguaje y la lógica.

En el prefacio a la *Introducción a la filosofía matemática* Russell destaca que encuentra la paradoja mientras trataba otros problemas presentes en la teoría de Cantor. No obstante, más allá del reto claramente matemático

derivado de la paradoja y la posterior axiomatización de la teoría de conjuntos, se destaca el uso de la lógica como instrumento para la identificación y solución (o disolución) de problemas matemáticos. De ahí el esfuerzo presente en la *Introducción a la filosofía matemática* que, al tiempo que presenta una manera novedosa de hacer filosofía, incorpora a la lógica simbólica y semántica como núcleo en el análisis de preguntas tan básicas como ¿qué es un número?

La *Introducción a la filosofía matemática* se organiza en dieciocho capítulos que van desde la comprensión de la serie de los números naturales hasta la relación entre las matemáticas y la filosofía matemática. Desde las primeras páginas, Russell se preocupa

por mostrar la distancia que media entre la comprensión matemática de los problemas y su comprensión filosófica. Distancia que no necesariamente depende de su naturaleza –de las proposiciones que atienden–, sino de los intereses que subyacen a la investigación así como del estado actual de las problemáticas involucradas. Así, nos dice, la matemática tradicional pura refiere al universo de los números naturales; no obstante, el conocimiento de que toda ella puede ser derivada de los números naturales, es un descubrimiento reciente debido en buena medida a la axiomatización y la utilización de instrumental lógico. Por ejemplo, aunque Pitágoras descubrió el más serio obstáculo para la aritmetización de las matemáticas, los inconmensurables, este es resuelto solo a través de la reducción de la aritmética a la lógica. Así también, la pregunta filosófica acerca de la naturaleza de los números es mostrada a través del trabajo de Frege como un problema de definición de clases (o conjuntos) en los que se distinguen la “intensión” y la “extensión”. Un número quedará definido como el número de alguna clase; de manera análoga a la que el conjunto de los padres es definido como el conjunto de todos aquellos que son padres de alguien. Conforme avanza en los ca-



Portada de una edición de 1971, de *Introduction to Mathematical Philosophy*, AbeBooks, 1971.



pítulos, Russell muestra cómo el más amplio rango de problemas matemáticos, aparentemente inconexo o bien sin solución, es tratado y reducido a sus aspectos lógicos, aprehensibles gracias al instrumental desarrollado en los albores del siglo XX: la lógica simbólica y semántica. Y esto es claramente un ejercicio del hacer filosofía analítica.

Así, el texto escrito por Russell en sus meses de encarcelamiento al mismo tiempo que presenta de manera clara y directa diversas problemáticas filosóficas de las matemáticas, elabora un ejercicio filosófico que rompe con el modo tradicional de pensar las matemáticas, de ahí que se defina como un texto de *filosofía matemática* y no de *filosofía de las matemáticas*. Se trata pues de un trabajo que no solo acerca al lector lego, con poca o nula formación lógica o matemática, al universo de las matemáticas, sino que también es un ejercicio práctico de una forma particular de pensar y hacer la filosofía.

¿Qué nos dice un texto tal a los lectores del siglo XXI? Sin duda alguna, sigue siendo una puerta de acceso innegable a las matemáticas, no sólo del siglo XX, sino de siglos anteriores y aún del presente. Al mismo tiempo, es un trabajo que nos invita a pensar en una forma de hacer filosofía que

se alía a otras ciencias para encontrar caminos (antes de ella) pensados como impensables. Caminos hechos posibles a través de las palabras de pensadores tan complejos como lo fue Bertrand Russell, quien con su vida muestra que el rigor científico y filosófico no es ajeno en ningún sentido al actuar político.